



**Instrucciones:** El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Puedes utilizar cualquier tipo de calculadora. Cada ejercicio completo puntúa 2,5 puntos.

**PROPUESTA A**

---

**1A.** a) Calcula el valor de  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ , para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x}}{ax}, & \text{si } x < 0 \\ \left(\frac{2x+7}{2x+1}\right)^x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

sea continua en  $x = 0$ . **(1,25 puntos)**

b) Calcula el límite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \textbf{(1,25 puntos)}$$

**2A.** Calcula las siguientes integrales:

$$\int \frac{1+x+\sqrt{x}}{x^2} dx, \quad \int \frac{e^x}{e^{2x}-3e^x+2} dx \quad \textbf{(1,25 puntos por integral)}$$

**Observación:** El cambio de variable  $t = e^x$  puede ayudarte a calcular la segunda integral.

**3A.** a) Despeja  $X$  en la ecuación matricial  $X \cdot A - B = 2X$ , donde  $A$ ,  $B$  y  $X$  son matrices cuadradas de orden 3. **(1,25 puntos)**

b) Calcula  $X$ , siendo

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad \textbf{(1,25 puntos)}$$

**4A.** a) Estudia la posición relativa de las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x - 2z = 1 \\ y - z = 2 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y + 2z = a \end{cases}$$

en función del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ . **(2 puntos)**

b) Encuentra el punto de corte de las rectas en el caso en que sean secantes. **(0,5 puntos)**

---



**PROPUESTA B**

---

**1B.** a) Interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto. **(1 punto)**

b) Halla el punto de la gráfica de la función  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$  donde la recta tangente tiene pendiente mínima. **(1,5 puntos)**

**2B.** a) Esboza la región encerrada entre las gráficas de las funciones  $f(x) = 1/x$  y  $g(x) = -2x + 3$ . **(0,5 puntos)**

b) Calcula el área de la región anterior. **(2 puntos)**

**3B.** a) Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro  $m \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + y - 5z = -1 \\ 2x - y - 3z = 1 - m \\ x - 2y + 2z = m \end{cases} \quad \text{(1,5 puntos)}$$

b) Calcula la solución cuando el sistema sea compatible indeterminado. **(1 punto)**

**4B.** a) Dados los puntos  $P(4, 2, 3)$  y  $Q(2, 0, -5)$ , da la ecuación implícita del plano  $\pi$  de modo que el punto simétrico de  $P$  respecto a  $\pi$  es  $Q$ . **(1,25 puntos)**

b) Calcula el valor del parámetro  $\lambda \in \mathbb{R}$  para que el plano determinado por los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R(\lambda, 1, 0)$  pase por el origen de coordenadas. **(1,25 puntos)**

---